「スコーレ・テクニカル・ブリーフ」第18号

2012年11月

分野:振　動　解　析
テーマ:FFT解析時の留意点

振動や騒音を解析する場合、FFTアナライザーを使用することがごく当たり前に行われていると思う。振動や騒音データをFFTアナライザーに入力すれば、周波数分析結果を出力してくれる。

しかし、FFTアナライザーをブラックボックス的に使用すると、思わぬ結果が出力されることになる。そこで、FFT解析時の基本的な留意点についてまとめた。

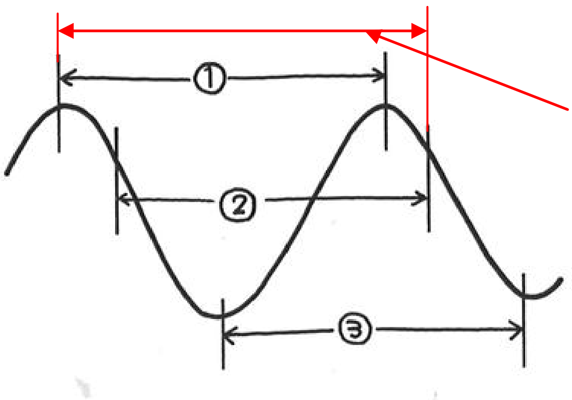
【1】 フーリエ変換(フーリエ級数展開)、FFTとは

① フーリエ変換とは

フーリエ変換:任意の**周期関数**は、正弦波(いわゆる、サイン)と余弦波(いわゆる、コサイン)の級数和で表すことが出来る。

＊ ここで重要なことは、「**周期関数**」ということである。すなわち、解析対象として取り出した振動や騒音波形が繰り返し発生していることを仮定している。

＊ 連続波形の1サイクルとは、例えば以下(①～③)をいう[1)]。



このように波形を取り出すと異なった変換結果になる。
(信号の最初の値と最後の値が等しくない)
↓
信号を取り出す(切り出す)位置が重要

①～③のどの1サイクル分の波形をフーリエ変換しても、同じ周期波形の1部分にすぎないため、同じ変換結果となる。

図1

② 数値解析によるフーリエ変換は以下の2種類

- DFT:離散的フーリエ変換(Discrete Fourier Transform)
- FFT:高速フーリエ変換(Fast Fourier Transform)

③ FFTとは

FFT:Fast Fourier Transform(高速フーリエ変換)の頭文字を取ったものであり、フーリエ変換を高速で行うアルゴリズムのことである。

扱うデータ数(サンプル数)は原則2^n(nは正の整数)→1周期のデータ数が任意の場合は「離散的フーリエ変換」を行う。

【2】 窓関数(通常、ウィンドウと呼ばれる)

一般的に、解析対象として取り出した信号が繰り返し発生していることはほとんど無いと思う。また、取り出した信号が1サイクル(周期)分だという保証も無いのが普通である。すなわち、信号の取り出し方によって解析結果(例えば、周波数特性)が異なってしまう。

では、どうすれば良いのか?

この問題に対応するための手段が「窓関数」と呼ばれるものである。「窓関数」によって、いわば強制的に周期性を持たせる(取り出した信号の最初の値と最後の値を等しくする。通常0にする)ものである。

以下が代表的な「窓関数」である[2)、3)]。

- 方形窓(レクタンギュラウィンドウ):切り出した信号に何も手を加えない。すなわち、信号周期の整数倍を切り出した場合は、この方形窓を使用する[2)]。
  また、パルス信号の様な場合に使用する。
- ハニング窓:よく使われるウィンドウ
- ハミング窓:音声関係の解析に使用することが多い
- ブラックマン窓

通常「ハニング窓」がよく使用されるので、「ハニング窓」がFFTアナライザーの初期設定(デフォルト)になっている場合が多いが、測定する信号を考えて(想定して)変更する必要がある。

初期設定(デフォルト)が正しい保証は無いことに留意する必要がある。

【3】 離散的フーリエ変換(DFT)

1周期のデータ数が任意の場合(2^n(nは正の整数)の場合はFFTで処理すればOK)はどうしたらよいのか?

「便宜的に0のデータを加えて2^nに合わせる」との考え方もある[4)]が、サンプル数が少ない場合はDFTによるべきだと考える。

【計算式の紹介】

- 以前、磁場解析によりモータのトルク変動(磁気力の変動)を求め、このトルク変動をフーリエ解析したことがある。1周期分のトルクのデータ数は2^n(nは正の整数)ではなかったので、

Excelを使用してDFT解析を実施した。

・ 計算式は『実用振動計算法』（小堀　与一著、工学図書、S58年5月25日、P78～82）を使用した。以下に掲載する。なお、この書籍は現在絶版である（スコーレで閲覧可能）。

1·7·2 波形分析

実用問題では一般に１周期内の波形を単一の簡単な数式で表現されない場合が多い．このような場合の波形を近似的にフーリェ級数で表わすため，１周期を適当な数の区間に等分割し各分割点の座標を基にして，係数の近似値を計算する．

図５に示す１つの周期をもった曲線のフーリェ展開を次のように書く：

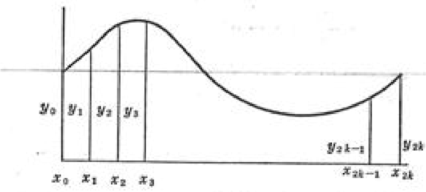


図 5

$$y=f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$$

図に示すように，１周期を $2k$ 個に等間隔に分割し，横座標 x_0，x_1，……，x_{2k} にそれぞれ対応する縦座標を y_0，y_1，……，y_{2k} とすれば，各係数は次式によって近似的に定めることができる．まずａ項は

$$\frac{a_0}{2}=\frac{1}{2k}\sum_{i=0}^{2k-1}y_i \qquad (1\text{-}7\text{-}2\text{-}1)$$

$$a_j=\frac{1}{k}\sum_{i=0}^{2k-1}y_i\cos i\frac{j\pi}{k} \qquad (j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ k-1) \qquad (1\text{-}7\text{-}2\text{-}2)$$

ただし，a_j 最後番目の a_k は

$$a_k=\frac{1}{2k}\sum_{i=0}^{2k-1}y_i\cos i\pi \qquad (1\text{-}7\text{-}2\text{-}3)$$

ｂ項は

$$b_j=\frac{1}{k}\sum_{i=0}^{2k-1}y_i\sin i\frac{j\pi}{k} \qquad (j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ k-1) \qquad (1\text{-}7\text{-}2\text{-}4)$$

＊　引用、参考文献

1. 坂巻佳壽美　著：見てわかるディジタル信号、工業調査会（2001年8月1日）、P68
2. 同上、P74～75
3. 並木英明　著：Exceで始めるディジタル信号処理、技術評論社（平成12年5月10日）、P181l
3. 文献1のP83

*******************問題解決のお手伝いをします***************************

（有）スコーレ・ティー・エー・リサーチ

電話：052－723－9227、FAX：052－723－9228

E-mail:info@schole-rd.co.jp　　ホームページ　http://www.schole-rd.co.jp